REPUBLIQUE DU SENEGAL
Ministère de l'Éducation Nationale
Inspection d'Académie de Tambacounda

CELLULE PEDAGOGIQUE DE MATHEMATIQUES DIAWARA

ANNEE SCOLAIRE 2022 / 2023 **NIVEAU : TS2 DUREE : 04H**

DEVOIR N°1 DE MATHEMATIQUE

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbes sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (CF. Circulaire n0 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

<u>EXERCICE 1:</u> (05 Points)

1) Soit g la fonction définie sur IR par : $g(x) = x^3 - 2x^2 - 1$
   Montrer que g est dérivable sur $[0.,.,1]$ 1pts
2. On suppose que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans IR, puis
   On considère la fonction f définie sur IR_+^* par : $f(x) = 2 + \frac{1}{x^2}$
   a) Montrer que $f(\alpha) = \alpha$ et $\alpha > 2$ 1,5pt
   b) Montrer que pour tout $x \in [2; +\infty[$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{4}$ 1pt
   c) En déduire que pour tout $\in [2; +\infty[$ $|f(x) - \alpha| \leq \frac{1}{4}|x - \alpha|$. 0,75pt
   d) Enoncer le théorème utilisé à la question c). 0,75pts

<u>PROBLEME</u>: (12,5points)

<u>PARTIE A :</u> 2,5PTS

Soit $g(x) = x^3 + 6x + 16$

1. Dresser le tableau de variations de g . 0,75
2. Montrer que l'équation g(x)=0 admet une unique solutionα sur IR et $\alpha \in\ ]-2; -1[$,puis énoncé le théorème utilisé. 1,25pts
3. Donner le signe de $g(x)$ *suivant* x. 0,5

<u>PARTIE B :</u> (10PTS)

Soit f la fonction numérique définie par $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3+4x^2}{x^2+2} & si\ x \leq 0 \\ f(x) = x - \sqrt{x^2+x} & si\ x > 0 \end{cases}$

1. Démontrer que le domaine de définition de f est IR. 0,5
2. Démontrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$. En déduire une asymptote de (C_f) 0,5+0,25
3. Déterminer la limite de f en $-\infty$. 0,5
4. Trouver les réels a, b , c et d tels que pour tout $x \leq 0$,
   $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2+2}$ 0,5
5. En déduire l'équation de l'asymptote oblique (D) de (C_f) en $-\infty$ et étudier la position relative de (C_f) par rapport a (D) sur $]-\infty; 0]$. 0,5+0,5
6. Etudier la continuité puis la dérivabilité de f en 0. Interpréter graphiquement les résultats obtenus. 0,25+0,5+0,25
7. Montrer que f est dérivable sur $]-\infty; 0[$ et que $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2+2)^2}$ 0,5
8. Montrer f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et dériver f sur cet intervalle. 0,5
9. Etudier le signe de f ' 0,5
10. Dresser le tableau de variation de f. 0,5

M.NDONG@ Diourbel

11. Soit h la restriction de f sur I = $]0;+\infty[$

a. Montrer que h réalise une bijection de I vers J à préciser. 0,25

b. Etudier la dérivabilité de sa bijection réciproque h^{-1} 0,25

c. Calculer $h^{-1\prime}(-\frac{1}{4})$ 0,5

d. Donner l'expression explicite de $h^{-1}(x)$ $pour\ tout\ x\ \in J$ 0,5

e. Retrouver le résultat de 11.c 0,25

f. Tracer (C_{f})et $(C_{h^{-1}})$ dans le même repère orthonormé en prenant $\alpha = -1{,}8$.

g. 01,25+0,5

h. Donner la primitive de la fonction $h(x)$ définie par $\mathrm{h}(x) = (4x+2)f(x)$ si $x \succ 0$
0,75pts

<u>Exercice 2 :</u> **2,5pt**s

On a représenté la courbe (C_f) d'une fonction f (Voir verso). En utilisant le graphique

1) Déterminer

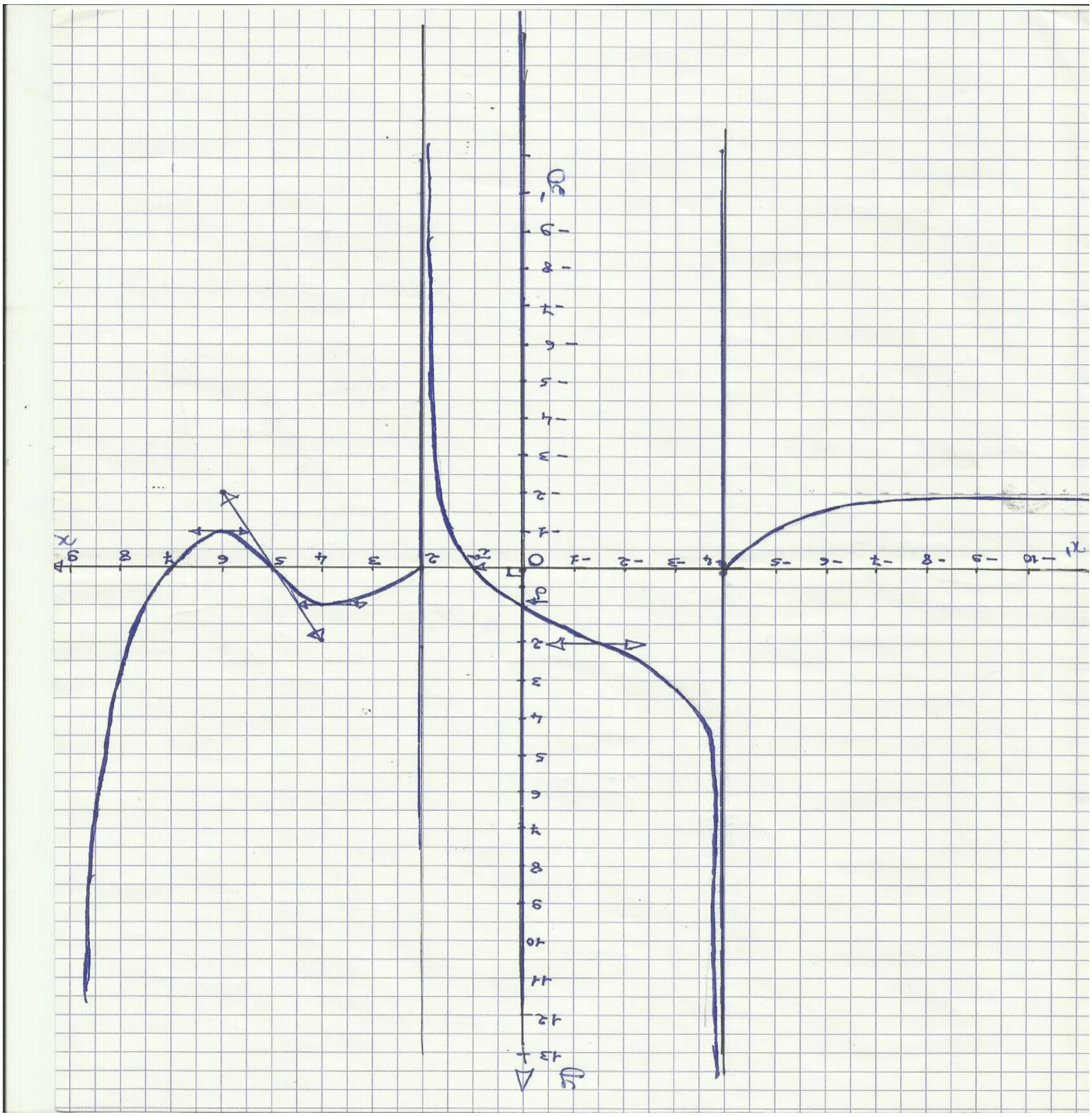
a) Le domaine de définition D_f de f 0,25pts

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to2} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-4^+} f(x)$ 1pts

c) Dresser le tableau de variation de f 0,5pts

d) Donner les solutions des équations : $f(x) = 0$ et $f'(x) = 0$ 0,5pts

e) $\lim\limits_{x\to5} \frac{f(x)}{x-5}$ 0,25pts



Courage la réussite est au bout de l'effort !!